

1st International Scientific-Practical Conference

**«SCIENCE.
INNOVATION.
QUALITY»**

BOOK OF PAPERS

**December 17-18th, 2020
Berdyansk, Ukraine**

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE
Berdyansk State Pedagogical University

BOOK OF PAPERS

1ST INTERNATIONAL SCIENTIFIC-PRACTICAL CONFERENCE
"SCIENCE. INNOVATION. QUALITY»
SIQ



DECEMBER 17-18TH, 2020
Berdyansk 2020

АНАЛІТИЧНІ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ДИФУЗІЇ ДЛЯ БАГАТОШАРОВИХ ОБ'ЄКТІВ

Ю. Пишинограєв

Запорізький державний медичний університет

Запоріжжя, Україна

pyshnograevyuri@gmail.com

Анотація. Описується загальний підхід до розв'язання задач дифузійного типу, що моделюють процеси перенесення тепла і речовини в багатошарових об'єктах. Як об'єкти можуть розглядатися багатошарові тіла канонічної форми, у яких поверхні або лінії розділу шарів паралельні зовнішнім межах. Запропонований підхід дозволяє отримати розв'язання у вигляді нескінченних рядів від функцій, що залежать від тимчасової і просторових змінних.

Ключові слова. Дифузія, багатошарова середа, спектральна задача, власні функції.

Abstract. This work describes a general approach to solving diffusion-type problems that simulate the processes of heat and matter transfer in multilayer objects. Objects are defined as multilayer bodies of a canonical shape, in which the edges of layers are parallel to the outer boundaries. The proposed approach provides a solution in the form of infinite series of functions that depend on time and space variables.

Keywords. Diffusion, multilayer medium, spectral problem, eigenfunctions.

Математична модель представлена диференційним рівнянням в частинних похідних з розривними коефіцієнтами. Невідома функція залежить від тимчасової і просторових змінних. Також модель включає початкову умову, граничні умови на зовнішніх межах, а також умови спряження на межах розділу шарів.

Загальний підхід вирішення завдання полягає в проведенні кінцевого інтегрального перетворення по просторовим змінним над вихідним рівнянням, початковим і граничними умовами.

В якості ядр інтегрального перетворення використовуються розв'язання відповідних спектральних задач. Розв'язанням спектральних задач є власні функції, вид яких істотно залежить від області, яку займає даний об'єкт (Таблиця 1), і отже, від типу вихідного диференційного рівняння в частинних похідних.

Таблиця 1 – Власні функції для різних об'єктів

Багатошаровий об'єкт	Функції, що є рішенням спектральної задачі
Стержень, прямокутна пластина, паралелепіпед	Тригонометричні, гіперболічні
Круговий диск, круговий циліндр	Бесселя, тригонометричні, гіперболічні
Куля	Лежандра, степеневі, тригонометричні

При знаходженні власних функцій і власних значень спектральної задачі слід враховувати деякі особливості. Вони пов'язані з тим, що коефіцієнти, які входять до рівняння є розривними. Тому для побудови повної системи власних функцій слід враховувати усі проміжки розташування власних значень.

У підсумку, після проведення скінченного інтегрального перетворення, ядрами якого є власні функції, вихідне рівняння зводиться до звичайного диференційного рівняння першого порядку щодо тимчасової змінної.

Останнім етапом є застосування формули повертання, в результаті чого розв'язання задачі записується у вигляді нескінченних рядів.

Представлений підхід дозволяє отримати результати, які становлять практичну цінність в інженерній практиці. Вони можуть використовуватися при проектуванні гідроспоруд, радіоапаратури, металургійного обладнання та інших конструкцій, що складаються з твердих тіл, а також з газоподібних і рідких середовищ.

Крім того, отримані аналітичні розв'язання становлять інтерес для тестування якості наближених чисельних методів.

Список використаних джерел

1. Карташев Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности / Э.М. Карташев. – М.: Высш. шк., 1985. - 480 с.
2. Пышнограев Ю.Н. Задача о распространении тепла, в ортотропной двуслойной пластине при нагреве точечными источниками тепла / Ю.Н. Пышнограев, // Труды I ВК «Технологические проблемы прочности несущих конструкций» Т.1, Ч.2, Запорожье, 1991.
3. Пышнограев Ю.Н. Построение системы собственных функций для уравнения конвективной диффузии с кусочно-постоянными коэффициентами / Ю.Н. Пышнограев, Е.Ю. Пышнограев // Збірник праць Інституту математики НАН України. – 2012. – т. 9, №1.- С.7-12